ضرب یک عدد حقیقی در یک ماتریس = چنانچه k یک عدد حقیقی و A یک ماتریس در این صورت ماتریس حاصلضرب k در A

که k اسکالر است که k را در تک تک درایه های A ضرب کنیم به صورت زیر :

$$kA = k\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \end{bmatrix}$$

ضرب دو ماتریس = چنانچه A یک ماتریس $m\times n$ و B یک ماتریس $p\times q$ در این صورت حاصلضرب $a\times b$ وقتی قابل محاسبه است

تعداد ستون های ماتریس اول با تعداد سطرهای ماتریس دوم برابر باشد در حالی است چنانچه این شرایط برقرار است به صورت یک عدد از ادغام ضرب برد.

$A\,[a_{ij}]_{m\times n}$

$B\,[b_{ij}]_{p\times q}$

$AB_{m\times n \; p\times q}$

$n=p \rightarrow$ ضرب شدنی است

$n\neq p \rightarrow$ ضرب شدنی نیست

مرتبه ماتریس حاصل

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1q} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2q} \\ \vdots & & & \\ b_{p1} & b_{p2} & \cdots & b_{pq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1)(1) & (1)(2) & \cdots & (1)(q) \\ (2)(1) & (2)(2) & \cdots & (2)(q) \\ \vdots & & & \end{bmatrix}$$

اگر در دو ماتریس ضرب شدنی باشد نحوه ضرب به این صورت است که سطر اول را در ستون های ماتریس دوم ضرب

کنیم و نحوه ضرب هم به این ترتیب است که درایه اول از ماتریس اول با درایه اول از ماتریس دوم و درایه دوم با درایه دوم و به همین

Subject:

Year. Month. ۷ Date. ( ) ریاضی کاربردی

صورت: اعضای درایه از ماتریس اول که در اعضای درایه از ماتریس دوم را ضرب میکنیم و حاصل جمع آنها را بدست می‌آوریم و در

ماتریس جواب در سطر اول یادداشت میکنیم ضرب سود ادامه میدهیم و عملیات بالا را عینا برای سطر دوم و سطر سوم

تکرار میکنیم. دقت و دقت داشته باشید در سوال ضرب دو ماتریس را برحسب شکل زیر محاسبه کرد:

۱. $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ & ۰ \\ ٤ & ۵ & -۱ \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ & ۰ \\ ٦ & -۲ & ۳ \\ ۱ & ۳ & -٤ \end{bmatrix}$

AB $\quad ۲\times\boxed{۳ \quad ۳}\times ۳$

ضرب شدنی

$$\begin{bmatrix} ۲ & ۳ & ۰ \\ ٤ & ۵ & -۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & -۱ & ۰ \\ ٦ & -۲ & ۳ \\ ۱ & ۳ & -٤ \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} (۲\times۱)+(۳\times٦)+(۰\times۱) & (۲\times-۱)+(۳\times-۲)+(۰\times۳) & (۲\times۰)+(۳\times۳)+(۰\times-٤) \\ (٤\times۱)+(۵\times٦)+(-۱\times۱) & (٤\times-۱)+(۵\times-۲)+(-۱\times۳) & (٤\times۰)+(۵\times۳)+(-۱\times-٤) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۲۵ & -۸ & ۹ \\ ۳۳ & -۱۷ & ۱۹ \end{bmatrix}$$

BA $\quad ۳\times\boxed{۳ \quad ۲}\times ۳$ = ضرب شدنی نیست

۲. $A = \begin{bmatrix} ٤ & ٦ & -۱ \\ ۳ & ۰ & ۲ \\ ۱ & -۲ & ۵ \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} ۲ & ٤ \\ ۰ & ۱ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}$

BA $\quad ۳\times\boxed{۲ \neq ۳}\times ۳$ ضرب شدنی نخواهد بود

$BA \qquad B^T \begin{bmatrix} ۲ & ۰ & -۱ \\ ۴ & ۱ & ۲ \end{bmatrix}$

$$B^TA \begin{bmatrix} ۲ & ۰ & -۱ \\ ۴ & ۱ & ۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۴ & ۶ & -۱ \\ ۳ & ۰ & ۲ \\ ۱ & -۲ & ۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۷ & ۱۴ & -۷ \\ ۲۱ & ۲۰ & ۸ \end{bmatrix}$$

$۸+۰-۱=۷$ | $-۴+۲+۱۰=$

$۱۲+۰+۲=۱۴$

$۱۶+۳+۲=۲۱$

[illegible]

$$A \begin{bmatrix} ۴ & ۹ & -۱ \\ ۳ & ۰ & ۲ \\ ۱ & -۲ & ۵ \end{bmatrix} \qquad B \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۰ & ۱ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}$$

$AB^T = B^TA^T$

$$AB \begin{bmatrix} ۴ & ۹ & -۱ \\ ۳ & ۰ & ۲ \\ ۱ & -۲ & ۵ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۰ & ۱ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۹ & ۲۰ \\ ۴ & ۱۴ \\ -۳ & ۱۲ \end{bmatrix}$$ ستون‌ها

$۱۶+۶-۲=۲۰$

$۴-۲+۱۰=۱۲$ $\longrightarrow (AB)^T = \begin{bmatrix} ۹ & ۴ & -۳ \\ ۲۰ & ۱۴ & ۱۲ \end{bmatrix}$

سطرهاست $B^T \begin{bmatrix} ۲ & ۰ & -۱ \\ ۴ & ۱ & ۲ \end{bmatrix}, A^T \begin{bmatrix} ۴ & ۳ & ۱ \\ ۹ & ۰ & -۲ \\ -۱ & ۲ & ۵ \end{bmatrix}$

$$B^TA^T = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ & -۱ \\ ۴ & ۱ & ۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۴ & ۳ & ۱ \\ ۹ & ۰ & -۲ \\ -۱ & ۲ & ۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۹ & ۴ & -۳ \\ ۲۰ & ۱۶ & ۱۲ \end{bmatrix}$$

دترمینان: هرگاه A یک ماتریس مربعی از مرتبه‌ی $n \times n$ باشد، دترمینان آن را با نمادهای $|A|$ یا $\det A$ نشان می‌دهیم.

یعنی ما برای جهت عکس دترمینان یک ماتریس های است علامت ماتریس را برداشته و در دو طرف قدر مطلق قرار دهیم به صورت

زیر:

محاسبه دترمینان: برای محاسبه دترمینان یک ماتریس ابتدا دترمینان ماتریس های دو در دو را به عنوان مثال به صورت زیر میباشد

را با ما علم ماتریس هر حد

$$A \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$|A| = \det A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} =$$ (حاصل ضرب قطر اصلی) - (حاصل ضرب قطر فرعی)

- $A \begin{bmatrix} ۵ & ٤ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix} \rightarrow \det A \begin{bmatrix} ۵ & ٤ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix} = (۱۰) - (-٤) = ۱۰ + ٤ = ۱٤$
- $B \begin{bmatrix} -۲ & -۳ \\ -٤ & ۵ \end{bmatrix} \quad \det B = (-۱۰) - (+۱۲) = -۱۰ - ۱۲ = -۲۲$
- $C \begin{bmatrix} \sqrt{۲} & ۲ \\ \sqrt{۳} & -۱ \end{bmatrix} = \det C = (-\sqrt{۲}) - (۲\sqrt{۳}) = -\sqrt{۲} - ۲\sqrt{۳}$

محاسبه دترمینان ماتریس های ۳ در ۳: چنانچه A یک ماتریس ۳ در ۳ به صورت زیر باشد:

$$A = \begin{array}{c} \begin{matrix} + & - & + \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} a_{۱۱} & a_{۱۲} & a_{۱۳} \\ a_{۲۱} & a_{۲۲} & a_{۲۳} \\ a_{۳۱} & a_{۳۲} & a_{۳۳} \end{bmatrix} \end{array}$$

برای محاسبه اینگونه ماتریس ها دو روش را استفاده خواهیم کرد: الف) بسط دترمینان بر حسب اینکه سطرها به صورت زیر

خواهد بود:

PAPCO

$$= a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + (a_{12})\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} - (a_{13})\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

با دترمینان ماتریس زیر را محاسبه کنید

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} + & - & + \end{matrix} \\ A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$1\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1(0+(-1)) + 1(6-0) + 1(2-0) = 1+6+2 = 9$$

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} + & - & + \end{matrix} \\ A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$4\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} - 6\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 4\underbrace{(0-(-4))}_{4} - 6\underbrace{(15-2)}_{13} - \underbrace{(-6-0)}_{-6} =$$

$$16 - 78 + 6 = 22 - 78 = -56$$

تعریف ۱۱

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} + & - & + \end{matrix} \\ A = \begin{bmatrix} -3 & 6 & 4 \\ 0 & 8 & -2 \\ 5 & 9 & -6 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$-3\begin{vmatrix} 8 & -2 \\ 9 & -6 \end{vmatrix} - 6\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 5 & -6 \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} 0 & 8 \\ 5 & 9 \end{vmatrix} = -3\underbrace{(-48-(-18))}_{-30} - 6\underbrace{(0-(-10))}_{10} + 4\underbrace{(0-40)}_{40} =$$

$$90 - 60 + 160 = 250$$

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} + & - & + \end{matrix} \\ A = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 8 \\ 0 & 9 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$5\begin{vmatrix} 9 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 6\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + 8\begin{vmatrix} 0 & 9 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 5\underbrace{(9+1)}_{10} - 6(0+0) + 8(0+0)$$

$$= 50$$